



数学化：“是什么”与“怎么做”

□ 刘加霞

“化”作为后缀,加在名词或形容词后面构成动词,表示转变成某种性质或状态。数学化就是将“常识”转变成“数学”,体现了弗赖登塔尔的著名论断:数学是系统化了的常识。一方面,常识是最原始、最接近于必然的;另一方面,数学被认为是确定的、必然的知识或理论,好像远离常识,让人敬畏,感到抽象枯燥。产生这种“悖论”的原因是把数学当作“现成的结果”而没有把它当作“活动”,学习数学没有经历数学化。那么什么是数学化?如何进行数学化呢?

一、数学化以及横向、纵向数学化的内涵

数学化就是把不同层次的“常识”进行提炼和组织,凝聚而成的概念、性质、关系和规律。其中,第一层次是对“生活常识”的提炼,所得到的结果又成为再提炼与组织的对象,形成新的“常识”。如此反复,数学就显现出层次性,构成许多等级,因此数学具有诸如抽象、严密、系统等特性。

数学化包括横向数学化与纵向数学化。横向数学化指将生活现实抽象为数学的概念与命题等,其基本方式是模型化,是数学化的基础。纵向数学化是指数学概念、命题等内容的再组织,其基本方式是结构化,最高水平是公理化。横向数学化与纵向数学化之间的界限模糊,它们的区别依赖于特定的环境。例如,数数活动中既有横向数学化,也有纵向数学化。“一个、一个地”计数出个数相同但物理属性不同的事物,认识自然数,是横向数学化;根据所数事物的结构特点,用较为复杂的计数方法数出个数,比如,长方形宽3、长5,“三个、三个地”计数并用乘法 $3 \times 5 = 15$ 得到长方形的面积,是纵向数学化。

二、模型化是小学阶段数学化的主要内容

广义地说,用直观图、抽象符号(数、字母及式)等刻画有特点、有规律的事物的过程是模型化,也

就是任何一个直观图或符号都能解决“一类”问题,即“模型就是讲故事”,是横向数学化的主要内容。《义务教育数学课程标准(2022年版)》在小学阶段提出模型意识——对数学模型普适性的初步感悟,就是强调前述模型化的过程。例如,“ $2a$ ”能表示“每千克苹果 a 元,买2千克的钱数”“能被2整除的数”“你有 a 元钱,我的钱数是你的2倍”等等。由此可见模型化无处不在,是应用数学的基本体现。

模型化需要对现实情境进行简化与理想化,跨学科的主题式或项目式学习为此提供了载体,让学生感受到把模糊的、不太确定的现实问题浓缩成精确的数学问题的必要性。

三、结构化、公理化是数学化的终极目标

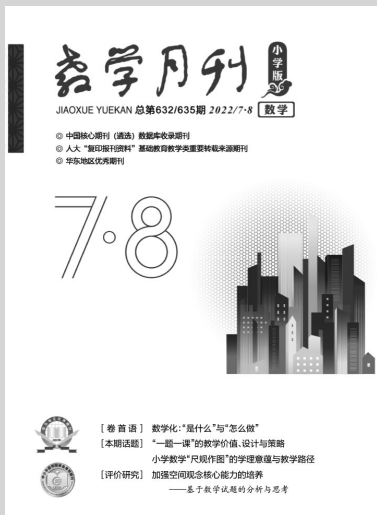
弗赖登塔尔在《数学教育再探——在中国的讲学》一书中提出,“把建模定义为理想化和简单化,这样定义不那么精确,它还是切中了要害,把握某种(动态或静态)情境的要点,在丰富的相关情境中关注它们,并且随着事物的进展,会有更加丰富一些的内容”。将“丰富的相关情境、更加丰富的内容”建立联系的过程即是结构化。确定“谁”是起点,将所有的内容建立起一个演绎体系就是公理化。这两个活动过程是数学化的高阶表现,小学阶段主要是结构化。

小学生的数学化不仅仅是动手操作获得提炼与组织的“原料”,更重要的是弗赖登塔尔所说的“反思自己的活动,从而改变看问题的角度,并伴随着局部结果的颠倒和整体的公理化(对小学生而言主要是结构化)”。操作探究、感知感悟事物的性质与蕴含规律,再通过“反身抽象”学会用数学符号语言描述和刻画,再在更大范围运用这些性质与规律解决问题等都是数学化的具体体现。

(北京教育学院数学与教育科学学院 100120)

教学月刊

小学版



卷首语

- 1 数学化：“是什么”与“怎么做” 刘加霞

专题研究

素养导向教学改革

- 4 “平方厘米”语义分析 郜舒竹 李硕楠

人物专访

- 8 中国义务教育：基于核心素养的数学课程目标体系
——孙晓天教授访谈录(五) 孙晓天 邢佳立

本期话题

“一题一课”研究

- 12 “一题一课”的教学价值、设计与策略 鲍善军 朱曙光
16 基于“一题一课”的小学数学练习教学策略
——以“等积变形”教学为例 平 燕
21 思维生长：从“原点”走向“远点”
——“魔方表面涂色问题”教学实践与思考 鲍善军
24 “量”“率”并行，深度融合
——“分数的再认识”教学实践与思考 胡锦涛
28 横向拓宽求联 纵向深入追理
——“乘积最大的秘密”教学实践与思考 朱曙光

小学“尺规作图”的研究

- 32 小学数学“尺规作图”的学理意蕴与教学路径 朱国荣 朱术磊
35 “尺规作图”突破几何直观的局限
——“画线段”教学实践与思考 何优优 金 勤
40 “多重体验”唤醒推理意识的生长
——“画三角形”教学实践与思考 曹 炯 朱国荣
45 “适度优化”烛照数学思维的光芒
——“画角”教学实践与反思 范林伟 曹 炯

备课之窗

教学小问

- 50 怎样选择信息提高解决问题能力 许一芳
51 如何用厘米或米描述物体的长度 江盈娜
52 怎样建构“1毫米”的概念 黄莹莹
53 如何理解“口算除法”的算理 白丹娜 宋煜阳
54 如何理解分数的意义 何奶群
55 怎样理解分数除法的算理 陶玲慧

主管 主办 浙江外国语学院
出版 《教学月刊·小学版》编辑部
社长 总编 陈永华
副社长 副总编 谢雅琴
主 编 陈永华
副主编 邢佳立
责 编 陈 辛 赵 叶 邵平阳
特约审稿 朱乐平
封面设计 杭州漂石广告有限公司

业务合作单位
浙江省教育学会小学数学教学分会

刊 号 ISSN 1671-704X
CN 33-1280/G4
定 价 20.00 元
出版日期 每月20日

课堂新探

- 56 大单元视角下自然数概念教学的思考与实践
——以“万以内数的认识”为例 张优幼
- 60 经历统计过程 培养数据意识 尹力 郭修理
- 64 基于小学生推理意识培养的练习设计
——以“角度的推算”为例 谢莹 张林超
- 67 体悟结构性内涵 实践迁移性学习
——“数一数有多少个三角形”教学探讨 杨通文
- 70 在操作活动中完善认知结构
——以“三角形的认识”串讲复习为例 洪浩芳
- 74 主动关联 深入理解
——“统计”复习的教学实践与思考 张丽萍
- 77 小学一年级入学适应期的数学教学策略 张霞
- 81 培养低年级学生问题解决能力的三种策略 韩燕 刘永军
- 83 从单一到综合:让量感自然生长
——以“苹果”引发的跨学科主题式学习为例 黄静

特别关注

- 86 基于学习路径分析的“两位数乘两位数”单元整体教学
——促进“法理融合”的笔算连续课教学
杨国雄 章勤琼 邓建文

评价研究

- 90 加强空间观念核心能力的培养
——基于数学试题的分析与思考 平国强
- 96 精准定位 精巧设计 精选习题
——小学数学作业设计例谈 王红宇

观点主张

- 100 基于SOLO分类理论的一题之思
——以一道题窥“去方程化”的教学 田秋月 谢琰翡

期刊导读

- 104 以学为中心 走向深度学习
——《教学月刊·小学版》(数学)2022年第5期导读有感
蒋红



为适应我国信息化建设,扩大大本刊及作者知识信息交流渠道,本刊已被“中国基础教育期刊文献总库”及CNKI系列数据库(中国知网)“万方数据——数字化期刊群”“龙源期刊网”“超星期刊域出版平台”“维普网”收录,其作者文章著作权使用费与本期刊酬一次性给付。如作者不同意文章被收录,请在来稿时向本刊声明,本刊将做适当处理。

地址:浙江省杭州市西湖区留和路299号
邮编:310023

电话:(0571)88210809

88213111(编辑部)

88846561(发行部)

传真:(0571)88060412

电子邮箱:xiaoxuebansx@jxyk.com

网址:jxyk.zisu.edu.cn

发行:浙江省报刊发行局

订阅:全国各地邮局

邮发代号:32-152

广告发布登记证号:杭西市管广发G-002

印刷:杭州长命印刷有限公司

本刊如有印刷质量问题,请直接与杭州长命印刷有限公司生产部联系(电话:0571-88533963)。



教学月刊微信
公众号二维码



《教学月刊·小学版》
(数学)邮政订阅二维码